

# 利用 Free Search 算法推求水位流量关系曲线

庞红伟<sup>1</sup>, 王斌<sup>2\*</sup>, 朱士江<sup>3</sup> (1. 开封市引黄管理处, 河南开封 475000; 2. 东北农业大学水利与土木工程学院, 黑龙江哈尔滨 150030; 3. 三峡大学水利与环境学院, 湖北宜昌 443002)

**摘要** 建立适宜的水位流量关系是水文资料整编工作的核心内容, 但基于最小二乘法与残差平方和最小原则的传统水位流量关系曲线推求方法存在精度不高、难以兼顾绝对误差和相对误差等问题。为此, 引入源于动物群体迁移行为的自由搜索(Free Search, FS)算法, 以残差平方和、绝对残差绝对值和、相对残差绝对值和作为拟合准则, 将FS单个动物每步探查行走时的位置向量作为一组参数值, 利用FS算法的动物群体迁移行为直接拟合水位流量关系, 从而推求最优的水位流量关系曲线。实例研究结果表明, 利用FS率定水位流量关系曲线参数十分简便, 寻优一次即可得到满意结果, 且与目标规划法和遗传算法相比, 拟合精度总体有所提升。

**关键词** 水位流量关系曲线; 自由搜索; 参数估计; 最小二乘法; 优化准则

**中图分类号** P337-3 **文献标识码** A **文章编号** 0517-6611(2017)26-0179-03

## Estimating Water Level-discharge Curve by Free Search

PANG Hong-wei<sup>1</sup>, WANG Bin<sup>2\*</sup>, ZHU Shi-jiang<sup>3</sup> (1. Kaifeng Yellow River Management Office, Kaifeng, Henan 475000; 2. College of Water Conservancy and Civil Engineering, Northeast Agricultural University, Harbin, Heilongjiang 150030; 3. College of Hydraulic and Environmental Engineering, Three Gorges University, Yichang, Hubei 443002)

**Abstract** To establish the relationship between water level and discharge is an important job of hydrological data reorganization, but it is a low precision method of parameters calibration in water level-discharge curve using least square method and minimum residual sum of square, and it is difficult to give consideration to the problems such as absolute error and relative error. In this paper, Free Search (FS), which derived from the animal group migration behavior, was used as a method for estimating water level-discharge curves. The position vector of each exploratory step for the individual animal was ascertained as an initial water level-discharge curve by FS. The simulation results showed that the satisfactory results could be achieved by FS for optimizing the water level-discharge curves, and runoff simulation exhibits relatively high precision water level-discharge compared with the goal programming method and genetic algorithm.

**Key words** Water level-discharge curve; Free Search; Parameters estimation; Least square method; Optimization criteria

在天然河流测验断面长期开展流量测定工作比较困难。由于水位与流量关系密切, 且水位随时间的变化过程易于观测, 因而一般不需要连续观测流量过程, 而是通过一定次数的实测水位与流量的对应资料建立水位与流量的关系曲线, 再依据水位流量关系曲线, 把水位变化过程转换为相应的流量变化过程, 并计算出各种流量的特征值<sup>[1]</sup>。在水文站开展的流量资料整编内容虽多, 但其中的核心工作就是建立水位流量关系, 水位流量关系曲线法也因而成为流量资料整编中最常用、最基本的方法<sup>[2-3]</sup>。传统的水位流量关系曲线拟合方法基于最小二乘法, 虽然能够得到最小的残差平方和, 但求得的水位流量关系曲线不一定就是最优的拟合曲线, 在拟合实测值时存在精度低等问题<sup>[4]</sup>。当采用绝对残差和、相对残差和的绝对值作为评价拟合准则, 并采用目标规划法、遗传算法(Genetic Algorithm, GA)等方法率定水位流量关系曲线参数能在一定程度上解决这些问题<sup>[4-5]</sup>。然而, 目标规划法和遗传算法涉及的数学计算过程或源代码编程过程较繁杂, 不易被一般的工程技术人员掌握; 遗传算法还可能出现“早熟”现象, 不一定总能获得全局最优解<sup>[6-7]</sup>。笔者将自由搜索(Free Search, FS)算法<sup>[8]</sup>引入到水文流量关系曲线参数率定中, 以期提供一种不过多依赖专业经验, 但效率和精度

均较高的水文流量关系曲线推求方法。

## 1 水位流量关系曲线及其拟合准则

通常水位与流量之间呈非线性关系, 当采用幂函数描述二者之间的关系时, 其数学模型为<sup>[4]</sup>

$$Q = a_1 H^{a_2} \quad (1)$$

式(1)中,  $Q$  为流量( $\text{m}^3/\text{s}$ );  $H$  为水位(m);  $a_1$ 、 $a_2$  为待定的模型参数。在求解参数  $a_1$ 、 $a_2$  时, 传统方法是先将式(1)的幂函数两边分别取对数转化为线性关系, 再基于最小二乘法求出其线性关系的参数, 最后经过逆变换求得原函数关系中的参数。这种基于最小二乘法的线性间接拟合方法, 遵循式(2)所示的残差平方和最小准则, 计算工作简便, 手工即可完成, 也可以借助 Excel 等办公软件识别参数, 所以至今仍被广大水文工作者使用。

$$\min f = \sum_{p=1}^n (Q_p - \alpha_1 H_p^{\alpha_2})^2 \quad (2)$$

然而, 当由最小二乘法确定式(1)参数时, 虽然能够保证转换后的线性关系残差平方和最小, 但不能保证未经变换的原始非线性关系的残差平方和最小; 另外, 最小二乘法遵循的残差平方和最小准则突出了极端值的影响, 当实测数据中存在极端值时, 基于最小二乘法的拟合结果会发生严重偏差; 此外, 最小二乘法采用的是绝对残差, 虽然考虑了绝对残差的大小, 但忽视了相对残差(相对误差), 而在很多情况下, 相对误差也是反映模型拟合精度的重要指标<sup>[4]</sup>。因此, 不能简单地认为基于最小二乘法拟合的水位流量关系曲线就是最优的拟合曲线, 采用残差平方和作为拟合的准则还有待改进。

针对这些问题, 黄才安<sup>[4]</sup>提出式(3)和式(4)的绝对残

**基金项目** 国家重点研发计划项目(2016YFC0400101); 国家自然科学基金项目(51009026); 农业部农业水资源高效利用重点实验室开放课题项目(2015002)。

**作者简介** 庞红伟(1975—), 男, 河南省开封人, 高级工程师, 从事水文过程研究和农业节水灌溉技术管理工作。\* 通讯作者, 副教授, 博士, 从事农业节水和水文过程模拟研究。

**收稿日期** 2017-07-12

差绝对值和准则以及相对残差绝对值和准则,并采用目标规划方法求解了参数  $a_1$ 、 $a_2$ ,直接拟合了水位流量关系,结果表明所提出的方法拟合精度明显优于传统方法。

$$\min f = \sum_{p=1}^p |Q_p - \alpha_1 H_p^{a_2}| \quad (3)$$

$$\min f = \sum_{p=1}^p |1 - \alpha_1 H_p^{a_2}/Q_p| \quad (4)$$

由于上述准则中的优化函数为复杂的非线性形式,还包含了绝对值运算,传统的最小二乘法已不再适用,采用非线性优化方法处理起来也比较繁琐,而且往往得不到全局最优解。FS 是一种源于动物群体 (animals) 迁移行为的优化算法<sup>[8]</sup>,动物群体凭借多次的离散运动通过搜索空间。在搜索过程中,动物个体 (animal) 采取探查行走的方式,目的是为了发现一个自己偏好的位置,亦即发现了实际优化问题目标函数的一个潜在解,在搜索行为结束时群体找到的最优位置即为目标函数的最优解<sup>[6-8]</sup>。因此,该研究采用 FS 算法拟合水位流量关系,从而率定水位流量关系曲线的参数  $a_1$ 、 $a_2$ 。

## 2 FS 在水位流量关系曲线参数率定中的应用

采用 FS 率定水位流量关系曲线参数时,设动物群体数量为  $m$ ,则动物个体每步探查行走的位置向量对应参数的一组潜在解。第  $j$  个动物通过  $T$  步探查行走得到的位置矩阵可表示为

$$A_j = \begin{bmatrix} a_{1j} \\ a_{2j} \\ \vdots \\ a_{Tj} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a_{11j} & a_{12j} \\ a_{21j} & a_{22j} \\ \vdots & \vdots \\ a_{T1j} & a_{T2j} \end{bmatrix} \quad (5)$$

式(5)中, $T$  为探查步数, $t=1,2,\dots,T$ ;  $A_j$  为第  $j$  个动物  $T$  步探查得到的位置矩阵; $j=1,2,\dots,m$ ;  $A_{ij}$  为第  $j$  个动物第  $t$  步探查时的位置向量; $a_{ij}$  为第  $j$  个动物第  $t$  步探查时的第  $i$  维位置分量(即水位流量关系曲线的第  $i$  个参数), $i=1,2,\dots,n$ ,该研究中  $n=2$ 。

采用随机化的初始策略,则:

$$a_{0ij} = a_{i\min} + (a_{i\max} - a_{i\min}) \text{rand}(0,1) \quad (6)$$

式(6)中, $a_{0ij}$  为第  $i$  维位置变量的初始值,即水位流量关系曲线第  $i$  个参数的初始值; $a_{i\min}$ 、 $a_{i\max}$  为第  $i$  维搜索空间的边界,即水位流量关系曲线第  $i$  个参数值变化区间; $\text{rand}(0,1)$  为介于  $[0,1]$  的随机数。

通过探查行走,更新动物个体位置:

$$a_{ij} = a_{0ij} - \Delta a_{ij} + 2\Delta a_{ij} \text{rand}(0,1) \quad (7)$$

式(7)中, $\Delta a_{ij} = R_{ij} (a_{i\max} - a_{i\min}) \text{rand}(0,1)$ ,  $R_{ij}$  为搜索邻域半径。

在探查行走过程中,动物个体的行为可以表示为

$$f_{ij} = f(a_{ij}), f_j = \max(f_{ij}) \quad (8)$$

式(8)中  $f_{ij}$  为第  $j$  个动物第  $t$  步探查所得的目标函数值; $f_j$  为第  $j$  个动物  $t$  步探查过程中的最优值;信息素  $I_j$  更新为

$$I_j = f_j / \max(f_i) \quad (9)$$

敏感性  $S_j$  更新为

$$S_j = S_{\min} + \Delta S_j \quad (10)$$

$$\Delta S_j = (S_{\max} - S_{\min}) \text{rand}(0,1) \quad (11)$$

式(10)(11)中, $S_{\max}$  为最大敏感性; $S_{\min}$  为最小敏感性。

$$I_{\max} = S_{\max}, I_{\min} = S_{\min} \quad (12)$$

最后,选择和决策下一次探查行走的开始位置:

$$a'_{0ij} = a_{ij} (I_l \geq S_j, l=1,2,\dots,m) \quad (13)$$

式(13)中, $I_l$  为第  $l$  个动物散发的信息素。算法判断是否满足设定的终止条件,如果满足说明已经搜索到可以接受的最优解,不满足则继续探查搜索。可见,FS 算法概念清晰,需要设置的参数较少,迭代计算过程简单,算法容易编程实现。

## 3 实例应用

为与以往研究成果对比,仍采用文献[4]的某水文站 13 组水位流量观测数据(表 1),在 3 种拟合准则下,采用 Matlab 语言编制了 FS 程序,设定 FS 动物个数  $m=20$ ,探查步数  $T=5$ ,迭代 2 000 次,率定参数后的水位流量幂函数关系分别为  $Q = 5.787 1H^{1.704 3}$ 、 $Q = 4.304 2H^{1.827 4}$ 、 $Q = 4.262 8H^{1.831 0}$ ,每种准则下的计算流量、绝对误差及相对误差见表 1,不同准则下所得的特征值见表 2。由于各文献的计算结果保留位数不同且差别较小,为便于比较分析,根据文献[4]和文献[5]提供的模型参数,重新计算了其残差平方和、平均绝对误差与平均相对误差,并保留到小数点后 3 位,一并列入表 2 中。

从表 2 可以看出,该研究的计算结果与文献[4]、文献[5]一致,与传统的基于最小二乘法和残差平方和最小为准则的方法相比,当以绝对残差绝对值和、相对残差绝对值和为拟合准则时,推求的水位流量关系曲线对流量实测值的拟合精度均有所提升,平均绝对误差与平均相对误差有所减小;同时也能看出,当以三准则之一率定水位流量关系曲线时,残差平方和、平均绝对误差、平均相对误差三者的增减变化并不完全同步,进一步说明传统的水位流量关系曲线推求方法存在缺陷。此外,对比该研究与文献[4]、文献[5]的研究结果还能看出,当以残差平方和、绝对残差绝对值和为拟合准则时,采用 FS 率定参数的水位流量关系曲线拟合精度优于目标规划法和遗传算法,所得残差平方和、平均绝对误差均为最小;当以相对残差绝对值和为拟合准则时,采用 FS 率定参数的水位流量关系曲线拟合精度和遗传算法相当,但优于目标规划法。

## 4 结论

针对传统推求水位流量关系曲线方法存在精度不高、难以兼顾绝对误差和相对误差等问题,引入 FS 算法,以残差平方和、绝对残差绝对值和、相对残差绝对值和作为拟合准则,利用 FS 算法率定参数从而推求最优的水位流量关系曲线,所得目标函数的残差平方和、绝对残差绝对值和、相对残差绝对值和均小于传统方法,可以提高水位流量关系曲线的拟合精度。与目标规划法和遗传算法相比,计算过程和程序实现过程简单,不需要复杂的数学知识,也不过分依赖专业经验,且计算精度总体有所提升,为推求水位流量关系曲线的提供了一种新途径。

表 1 FS 算法的实例计算结果

Table 1 Example calculation results of FS algorithm

实测水位 Measured water level//m	实测流量 Measured flow m <sup>3</sup> /s	残差平方和准则 Residual sum of squares criterion			绝对残差绝对值和准则 Absolute sum of absolute residuals criterion			相对残差绝对值和准则 Absolute sum of relative residual criterion		
		计算流量 Calculated flow m <sup>3</sup> /s	绝对误差 Absolute error m <sup>3</sup> /s	相对误差 Relative error %	计算流量 Calculated flow m <sup>3</sup> /s	绝对误差 Absolute error m <sup>3</sup> /s	相对误差 Relative error %	计算流量 Calculated flow m <sup>3</sup> /s	绝对误差 Absolute error m <sup>3</sup> /s	相对误差 Relative error %
		15.50	596	618.220	22.220	3.728	644.324	48.324	8.108	644.455
14.90	561	577.993	16.993	3.029	599.478	38.478	6.859	599.514	38.514	6.865
14.10	542	526.108	15.892	2.932	541.970	0.030	0.005	541.895	0.105	0.019
14.55	574	555.045	18.955	3.302	573.995	0.005	0.001	573.980	0.020	0.003
12.60	435	434.333	0.667	0.153	441.275	6.275	1.443	441.035	6.035	1.387
12.47	433	426.723	6.277	1.450	432.991	0.009	0.002	432.739	0.261	0.060
12.67	448	438.453	9.547	2.131	445.765	2.235	0.499	445.532	2.468	0.551
8.30	204	213.229	9.229	4.524	205.786	1.786	0.875	205.365	1.365	0.669
11.40	372	366.222	5.778	1.553	367.519	4.481	1.204	367.187	4.813	1.294
10.30	309	308.063	0.937	0.303	305.317	3.683	1.192	304.930	4.070	1.317
10.70	331	328.730	2.270	0.686	327.332	3.668	1.108	326.962	4.038	1.220
9.48	258	267.446	9.446	3.661	262.369	4.369	1.693	261.958	3.958	1.534
7.77	182	190.548	8.548	4.697	182.410	0.410	0.225	181.993	0.007	0.004

表 2 不同准则下 3 种方法计算的特征值

Table 2 Eigenvalues calculated by 3 methods under different criterions

拟合准则 Fitting criterion	拟合方法 Fitting method	函数关系 Function relation	残差平方和 Sum of residuals of residuals (m <sup>3</sup> /s) <sup>2</sup>	平均绝对误差 Mean absolute error m <sup>3</sup> /s	平均相对误差 Average relative error %
变换后的残差平方和 Sum of squares of residuals after transformation	文献[4]	$Q = 4.9169H^{1.7686}$	2 102.980	9.688	2.169
绝对残差绝对值和 Absolute sum of absolute residuals	文献[5]	$Q = 5.2223H^{1.7446}$	1 925.194	9.773	2.292
相对残差绝对值和 Absolute sum of relative residual	FS 算法	$Q = 5.7871H^{1.7043}$	1 812.199	9.751	2.473
	文献[4]	$Q = 4.3069H^{1.8272}$	3 938.467	8.762	1.789
	文献[5]	$Q = 4.3638H^{1.8220}$	3 827.002	8.756	1.811
	FS 算法	$Q = 4.3042H^{1.8274}$	3 929.691	8.750	1.786
	文献[4]	$Q = 4.2626H^{1.8310}$	3 942.360	8.781	1.774
	文献[5]	$Q = 4.2631H^{1.8310}$	3 954.726	8.776	1.773
	FS 算法	$Q = 4.2628H^{1.8310}$	3 947.298	8.777	1.773

参考文献

[1] 魏永霞,王丽学. 工程水文学[M]. 北京:中国水利水电出版社,2005.  
 [2] 雒文生,宋星原. 工程水文及水利计算[M]. 2 版. 北京:中国水利水电出版社,2010.  
 [3] 丁涛,祝丽萍. 水位流量关系曲线的率定及泥沙整编方法分析[J]. 能源与节能,2016(4):12-13.  
 [4] 黄才安. 水位流量关系回归的优化研究[J]. 水利水电技术,1995(10):2-5.

[5] 杨晓华,陆桂华,酆建强. 自适应加速遗传算法及其在水位流量关系拟合中的应用[J]. 水文,2002,22(2):14-18.  
 [6] 王斌,张展羽,张国华,等. 一种新的优化灌溉制度算法:自由搜索[J]. 水科学进展,2008,19(5):736-741.  
 [7] 王斌,张展羽,张国华,等. 基于自由搜索的灌区优化配水模型研究[J]. 水利学报,2008,39(11):1239-1243.  
 [8] PENEV K, LITTLEFAIR G. Free Search-a comparative analysis [J]. Information sciences, 2005, 172(1):173-193.

(上接第 178 页)

设置的时间独立完成涨潮落潮的模拟实验,有效地提高了海洋生态学实验的自动化程度。

该系统目前处于初始研究阶段,后期有很多研究需要开展:如实现计算机网络系统与该系统的连接;实现实验人员对系统操作情况的留痕记录;实现在 PC 端或移动端查看系统运行的实时情况以及对系统的运行模式设置和操作等<sup>[13-15]</sup>。

参考文献

[1] 吴龙华,郝青芳,李凌. 潮汐模拟及其自动测控系统的设计与实现[J]. 实验室研究与探索,2008,27(5):20-22.  
 [2] 吴新生,林木松,廖小永,等. 深圳河口潮汐模型变频生潮与量测控系统[J]. 长江科学院院报,2010,27(4):5-9.  
 [3] 吴昌林,沈敏,林木松,等. 应用变频调速的潮汐模拟系统[J]. 现代制造工程,2006(8):85-88.  
 [4] 沈敏. 河口潮汐模拟系统的设计与研究[D]. 武汉:华中科技大学,2006.

[5] 沈敏. 基于串行通信的潮汐模拟自动控制系统[J]. 机械与电子,2008(5):43-46.  
 [6] 李木国,鲁桂荣,康海贵,等. 潮汐模拟系统的研制[J]. 大连理工大学学报,1992(1):101-106.  
 [7] 王静,郭美宜,李木国. 潮汐模拟系统的研制[J]. 中国海洋平台,2001,16(2):11-14.  
 [8] 张小飞,丁建强,徐大诚. 基于 PAC 模块的潮汐模拟控制系统[J]. 现代电子技术,2008,31(11):113-116.  
 [9] 李春芳,徐大诚,丁建强,等. 双向流水槽模拟潮汐的控制软件设计与实现[J]. 计算机应用与软件,2011,28(3):47-49.  
 [10] 戚磊,陈赵,韩结,等. 一种潮汐模拟测控装置及测控方法设计与实现[J]. 工业仪表与自动化装置,2015(6):48-51.  
 [11] 陈桂友. 单片微型计算机原理及接口技术[M]. 北京:高等教育出版社,2012:85-88.  
 [12] 张贝宁. 潮汐的产生及形成特点分析[J]. 科学家,2016,4(3):40-41.  
 [13] 吴军辉,黄荣蓉,陈杰,等. 潮汐式苗床灌溉系统的设计与实现[J]. 电子科技,2016,29(11):54-58.  
 [14] 李珏,何启莲,李伊明,等. 基于 TCP/IP 网络结构的潮汐模拟测控系统[C]//中国水利学会. 第十二届全国水利量测技术综合学术讨论会. 北京:中国水利学会,2008.  
 [15] 付传清,金贤玉,金南国. 人工环境中模拟海洋潮汐作用的试验装置[J]. 实验室研究与探索,2014,33(4):54-57.